

Следуя методу § 1, это уравнение преобразуем к виду

$$y(x) = g(x) + \sum_{k=0}^{p-1} A_k \varphi_k(x) + \lambda \int_{x_0}^x \bar{H}(x, \eta) \Phi[y(\eta)] d\eta, \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= \int_{x_0}^x H(x, \eta) f(\eta) d\eta + \sum_{i=1}^n C_i y_i(x) \\ \varphi_k(x) &= \int_{x_0}^x H(x, \eta) (\eta - x_0)^k d\eta \\ \bar{H}(x, \eta) &= \int_{\eta}^x H(x, \tau) \frac{(t - \eta)^{p-1}}{(p-1)!} dt, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

причем постоянные C_i связаны условиями (5), а функция $H(x, \eta)$ имеет тот же смысл, что и в § 1.

Относительно функции $\bar{H}(x, \eta)$ заметим, что она удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$L[y(x)] = \frac{(x - \eta)^{p-1}}{(p-1)!},$$

а ее производные по x до $(m-2)$ -порядка включительно равны нулю при $x = \eta$; производная $(m-1)$ порядка при $x = \eta$ равна единице.

2. Рассмотрим интегральное уравнение

$$u(x) = \omega(x) + \sum_{k=0}^{p-1} A_k \omega_k(x) + \lambda \int_a^b M(x, t) u(t) dt, \quad (19)$$

где

$$M(x, t) = \begin{cases} \int_a^m \sum_{\alpha=1}^m K_{\alpha}^{(p)}(x, \tau) \bar{H}_{\tau}^{(\alpha)}(\tau, t) d\tau, & t \leq x_0 \\ \int_a^m \sum_{\alpha=0}^m K_{\alpha}^{(p)}(x, \tau) \bar{H}_{\tau}^{(\alpha)}(\tau, t) d\tau, & t \geq x_0 \end{cases} \quad (20)$$

и

$$\omega(x) = \Phi[g(x)].$$

Очевидно, что ядро M регулярно в области $a \leq x, t \leq b$. Пусть λ не является собственным числом ядра M .

Введем обозначение

$$Av(x) = v(x) + \lambda \int_a^b R(x, t, \lambda) v(t) dt, \quad (21)$$

где R есть резольвента ядра $M(x, t)$. Тогда решением уравнения (19) будет функция

$$u(x) = A\omega(x) + \sum_{k=0}^{p-1} A_k A\omega_k(x). \quad (22)$$

Соответственно этому решение уравнения (17) представится формулой

$$y(x) = \eta(x) + \sum_{k=0}^{p-1} A_k \eta_k(x), \quad (23)$$